

浙江海洋大学 2020 - 2021 年第二学期

《高等数学 A2》课程期末考试卷(A)

(适用班级 A20 理工类各班级)

考试时间: 120 分钟

一	二	三	四	总分

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1、下列微分方程中, 为线性微分方程的是 ().

(A) $x(y')^2 - 2yy' + x = 0$ (B) $y' = x + \ln y$ (C) $x^2 dy + dx = ydx$ (D) $y' + \frac{1}{x}y = e^{x^2}y^2$

2、方程 $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ 所表示的曲面是 ().

(A) 由 $yo z$ 面上的双曲线 $\begin{cases} -y^2 + z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 旋转一周而成的旋转双叶双曲面;

(B) 由 $yo z$ 面上的双曲线 $\begin{cases} -y^2 + z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 y 旋转一周而成的旋转单叶双曲面;

(C) 由 xoy 面上的双曲线 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 旋转一周而成旋转双叶双曲面;

(D) 由 xoy 面上的双曲线 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 旋转一周而成的旋转双叶双曲面.

3、两条直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z+3}{1}$ 与 $L_2: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-1}$ 的夹角为 ().

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

4、下列命题正确的是 ().

(A) 若 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处偏导存在, 则 $f(x, y)$ 在该点处连续;

(B) 若 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处偏导存在, 则 $f(x, y)$ 在该点处极限存在;

(C) 若 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续且偏导存在, 则 $f(x, y)$ 在该点处可微;

(D) 若 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处偏导连续, 则 $f(x, y)$ 在该点处可微.

5、下列级数中, 绝对收敛的是 ().

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^3}$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n\alpha}{n^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \right) (\alpha \in R)$

二、填空题（每小题 3 分, 共 15 分）

1、 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3 \tan xy}{\sqrt{xy+4}-2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2、 曲线 $x = \frac{t}{1+t}, y = \frac{t+1}{t}, z = t^2$ 在对应于 $t = 1$ 的点处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

3、 将 $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$ 改变积分顺序得 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4、 设 D 是由 x 轴、 y 轴及直线 $2x + y - 2 = 0$ 所围成的区域, 则 $\iint_D dx dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

5、 若 L 为连接 $(0,0)$ 及 $(1,1)$ 两点的直线段, 则 $\int_L (x+y) ds = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、计算题（本大题共 54 分）

1、 求下列微分方程的通解（每小题 6 分, 共 12 分）

(1) $y(x-1)dy = (y^2-1)dx$

(2) $y'' - 2y' - 3y = 3x + 1$

2、 求下列函数的偏导数或全微分（每小题 6 分, 共 12 分）

(1) $z = u^3 e^v, u = \sin(xy), v = \sqrt{x^2 + y^2}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}.$

(2) 设 $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, dz$.

3、求计算下列积分（每小题 6 分，共 18 分）

(1) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, 其中 D 是由曲线 $xy = 1$ 及直线 $y = x, x = 2$ 所围闭区域.

(2) $\int_L (x^2 + y)dx + (x - y)dy$, 其中 $L: y = \sin x$ 上 $(0, 0)$ 到 $(\frac{\pi}{2}, 1)$ 的弧段.

(3) $\iint_{\Sigma} z^2 dx dy$, 其中 Σ 为上半球面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, 取上侧.

4、求过点 $(3,1,-2)$ 且通过直线 $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ 的平面方程. (6分)

5、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n n}$ 的收敛半径与收敛域. (6分)

四、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

1、将函数 $\frac{1}{x}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数, 并确定收敛域.

2、在平面 $x+y-2z=1$ 上求一点, 使其到原点的距离最小.